STOKASTİK SÜREÇLERE GİRİŞ

Tanım 2.1. $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ olasılık uzayı olsun. Bu uzayda tanımlanan $\{ X_t, t \geq 0 \}$ tesadüfi değişkenler ailesine stokastik süreç denir. Burada t - zamana ilişkin parametredir.

Tanım 2.2. X_t sürecinin alabileceği değerler kümesi $\mathbb{R}_x$ ile t parametresinin alabileceği değerler kümesi de T ile gösterilir. Bu bağlamda $\mathbb{R}_x$'e durum uzayı, T ye ise indis kümesi ya da parametre kümesi denir. $\mathbb{R}_x = (-\infty, \ \infty)$ ve $T = (0, \infty]$. Durum uzayı E ile de gösterilebir.

Eğer $T = (-\infty, \ \infty)$ ise X_t ye stokastik fonksiyon denir ve $\{ X_t, T \}$ ile ifade edilir. Stokastik süreçler durum uzayına ve parametre kümesine göre dört kısma ayrılır:

- *Kesikli (sürekli) parametreli kesikli (sürekli) durum uzaylı stokastik süreç.*

$X_t = k, \ k \in \mathbb{R}_x$ olduğunda stokastik süreç t anında k durumundadır. Stokastik süreç tesadüfi değişken kavramının genel hali tesadüfi değişken kavramı da stokastik süreç kavramının özel halidir.

$t = t_0$ gibi bir sabite eşit olduğunda stokastik süreç X_{t_0} gibi bir boyutlu tesadüfi değişkene dönüşür. $t \in \{t_1, t_2\}$ alabiliyorsa stokastik süreç iki boyutlu tesadüfi değişkene dönüşür, $\left(X_{t_1}, \ X_{t_2}\right)$ biçimindedir. $t \in \{t_1, t_2, \ \cdots \ , t_n\}$ için stokastik süreç n boyutlu tesadüfi değişkenler vektörüne dönüşür, yani $\left(X_{t_1}, X_{t_2}, \ \cdots \ , X_{t_n}\right)$.

Tanım 2.3. $\{ X_t, t \geq 0 \}$ bir stokastik süreç olsun. Eğer $n = 1,2, \ldots$ ve $0 < t_1 < t_2 < \ \cdots \ < t_n \leq t < \infty$ için X_{t_2}-X_{t_1}, ,… , X_{t_n}-$X_{t_{n-1}}$ tesadüfi değişkenleri bağımsız iseler bu sürece bağımsız artımlı süreç (B.A.S.) denir.

Tanım 2.4. $\{ X_t, t \geq 0 \}$ bir stokastik süreç olsun. Eğer $n = 1,2, \ldots \ , h > 0$ ve $t_1 < t_2 < \ \cdots \ < t_n \leq t < \infty$ için $X_{t_{1+h}}, \ X_{t_{2+h}}, \cdots , \ X_{t_{n+h}}$ değişkenlerinin ortak dağılımı ile $X_{t_1}, \ X_{t_2}, \cdots , \ X_{t_n}$ değişkenlerinin ortak dağılımı aynı ise bu sürece durağan süreç denir. Böylece durağan sürecin dağılımı, başlangıç zamanındaki değişimle etkilenmeyecek ve herhangi bir $h > 0$ için X_t ile X_{t+h} aynı dağılıma sahip olacaktır.